

Prace monograficzne z dydaktyki matematyki  
WSPÓŁCZESNE PROBLEMY NAUCZANIA MATEMATYKI

Edyta Juskowiak (Poznań)

## Technologie informacyjne w kontekście innowacyjnej „koncepcji nauczania wyprzedzającego”

Projekt Kolegium Śniadeckich

*Dziecko uczy się matematyki nie tylko w szkole. Jest  
ona obecna w jego życiu codziennym, w kontakcie  
z dorosłymi, w grach i zabawach. Dziecko uczy się  
spontanicznie matematyki w wieku przedszkolnym,  
później także poza szkołą, bo nasz świat  
jest matematyką przeniknięty.*

Zofia Krygowska

### Streszczenie

W artykule przedstawiony zostanie projekt wdrożenia innowacyjnej metody nauczania wyprzedzającego na poziomie edukacji ponadgimnazjalnej, zatytułowany Kolegium Śniadeckich. Metoda nauczania wyprzedzającego opracowana została przez zespół poznańskiego pedeutologa prof. Stanisława Dylaka w oparciu o koncepcję „advanced organizers” Davida Ausbela, teorię konstruktywizmu z wykorzystaniem dorobku nauk pedagogicznych, psychologicznych oraz społecznych, a także możliwości nowych technologii informacyjnych. W szczególności pokazana zostanie rola zastosowania w projekcie owych technologii takich jak program GeoGebra oraz platforma edukacyjna.

### Wprowadzenie

*Współczesna polska szkoła nie jest odpowiedzią na zapotrzebowania i oczekiwania polskiego ucznia oraz polskiego pracodawcy. Szkoła średnia systemowo nie umacnia pasji i zainteresowań ucznia. W polskiej szkole tresujemy uczniów w zakresie teorii, a nie kształcimy takich umiejętności jak zdolność analizowania, wyciągania wniosków oraz pracy w zespole. Polskie wyższe uczelnie produkują bezrobotnych.*

Takie wypowiedzi<sup>1</sup> daje się słyszeć ostatnio coraz częściej zarówno w polskich mediach jak i w środowisku uczniowskim szkół średnich oraz środowisku studenckim kierunków nauczycielskich.

Jak te wypowiedzi mają się do realiów polskiej szkoły w zakresie nauczania przedmiotu matematyka? Czego polska szkoła wymaga od ucznia zdobywającego wiedzę z tego przedmiotu? Jakich umiejętności stara się nauczyć nauczyciel matematyki, jakie cele realizuje on na swoich lekcjach? Pytania te są istotne z punktu widzenia zmian programowych i organizacyjnych, które wdrażane są ostatnio w szkole. Zjawisko masowego kształcenia, zarówno na poziomie średnim jak i wyższym<sup>2</sup>, wieloletni okres braku obowiązkowej matury z matematyki, a co za tym idzie duży spadek zainteresowanych studiowaniem kierunków ścisłych, zarówno na uniwersytetach jak i uczelniach technicznych, wymusił wprowadzenie nowej podstawy programowej, a także nowej organizacji pracy szkoły na wszystkich poziomach edukacyjnych.

W odpowiedzi na zapotrzebowanie na zmiany w zakresie treści, metod pracy, narzędzi pracy oraz kształtowanych umiejętności, oprócz zmian systemowych, powszechnie wdrażanych na wszystkich szczeblach edukacji matematycznej, zaczęły powstawać także liczne projekty edukacyjne, finansowane lub współfinansowane przez środki z Unii Europejskiej. Autorzy oraz wykonawcy tych projektów starają się wspomóc reformy systemowe nowymi, innowacyjnymi pomysłami na nauczanie matematyki, starają się wypełnić te luki edukacyjne i organizacyjne, które w zmianach systemowych wypełnić trudniej. Projekty te niestety bardzo często mają lokalny zasięg tj. realizowane są w kilku lub kilkunastu szkołach jednego województwa. Zakładane w nich efekty nie zawsze są osiągnięte. Jednak te, które zostają osiągnięte mogą pozwolić innym szkołom i nauczycielom wytyczyć nową, lepszą drogę pracy na lekcjach matematyki. Z takich doświadczeń warto czerpać pomysły do dalszych zmian w systemie polskiego kształcenia matematycznego na każdym poziomie edukacyjnym.

W tym artykule przedstawiony zostanie jeden z projektów edukacyjnych, zatytułowany – Kolegium Śniadeckich. Jego głównym celem jest zwiększenie zainteresowania uczniów przedmiotami matematyczno-przyrodniczymi po-

---

<sup>1</sup>Powyższe zdania są wnioskami z dyskusji gości jednego z publicystycznych polskich programów, prowadzonych przez pana Tomasza Lisa pt. „Na żywo” <http://www.tvp.pl/publicystyka/polityka/tomasz-lis-na-zywo/wideo/07052012/7076062>. Jego emisja odbyła się na antenie programu drugiego TVP dnia 7 maja 2012 roku. Gośćmi programu byli m.in. prezes PZU Andrzej Klesyk oraz dyrektor warszawskiego Społecznego Liceum „Bednarska” – Jan Wróbel.

<sup>2</sup>Obecnie do szkół kończących się maturą uczęszcza aż 80% rocznika (jeszcze kilkanaście lat temu około 50%), a liczba studentów uczelni wyższych wzrosła pięciokrotnie (Marciniak, 2011).

przez wdrożenie w liceach innowacyjnej metody nauczania i uczenia się z intensywnym wykorzystaniem platformy edukacyjnej. W szczególności opisane zostaną korzyści, jakie wypływają z wykorzystania nowych technologii, głównie zaś programu komputerowego GeoGebra, w kontekście innowacyjnej metody nauczania wyprzedzającego, zastosowanej w tym projekcie.

## O projekcie

### *Lider oraz partner projektu*

Liderem projektu jest Ogólnopolska Fundacja Edukacji Komputerowej, pozarządowa organizacja działająca od 24 lat, powołana przez Ministra Oświaty i Wychowania. Partnerem projektu jest Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. Interdyscyplinarny zespół nauczycieli akademickich mających wieloletnie doświadczenie we współpracy z nauczycielami pracuje pod kierownictwem pedeutologa profesora Stanisława Dylaka. Zadaniem tego zespołu jest m.in. opracowanie scenariuszy zajęć, materiałów metodycznych dla nauczycieli oraz pomocniczych dla uczniów, współpraca z nauczycielami realizującymi projekt w swoich szkołach.

### *Cel oraz główne założenia projektu*

Projekt Kolegium Śniadeckich – innowacyjny program nauczania przedmiotów przyrodniczych, to niezwykła szansa dla nauczycieli i uczniów, aby zacząć myśleć o edukacji w nowatorski, wyprzedzający i projektowy sposób, a także aby przygotować się do zasad kształcenia zgodnie z wymogami wchodzącej w życie reformy programowej w liceach ogólnokształcących w roku szkolnym 2012/2013

(autorzy projektu, <http://kolegiumsniadeckich.pl/o-projekcie/>).

Projekt swym zasięgiem obejmuje 200 uczniów dwóch liceów ogólnokształcących z dwóch różnych miejscowości. Uczniowie biorący udział w projekcie uczą się matematyki w klasach o profilu podstawowym. Oprócz matematyki, metodą nauczania wyprzedzającego realizowane są także przedmioty przyrodnicze tj. fizyka, chemia, biologia oraz geografia.

Głównym założeniem autorów projektu jest zwiększenie zainteresowania uczniów wyżej wymienionymi przedmiotami i ich aktywny udział w procesie nauczania-uczenia się. Warto w tym momencie zacytować prof. Zofię Krygowską, która słusznie zauważa, że:

...ogólna zasada organizowania procesu uczenia się z aktywnym udziałem ucznia w tym procesie pozostanie pustym hasłem lub będzie zupełnie wadliwie realizowana, jeżeli nie będziemy świadomi tego, na czym aktywność ucznia ma w procesie uczenia się konkretnego przedmiotu polegać (Krygowska, 1981).

Stąd też jasno wytyczone zostały metody pracy, które realizowane będą w projekcie, zadania nauczyciela, zadania ucznia, cele do zrealizowania oraz efekty do osiągnięcia<sup>3</sup>.

W Kolegium Śniadeckich stosowane są takie metody pracy jak:

- Metoda wyprzedzająca.
- Metoda pracy projektowej.
- Metoda pracy indywidualnej z uczniem.
- Metoda uczestnicząca.

Każda z tych metod pracy została szczegółowo opisana w podręczniku „Metodyka kształcenia strategią wyprzedzającą” zamieszczonym na stronie projektu <http://kolegiumsniadeckich.pl/press/publikacje/>

#### *Główne narzędzie pracy*

Autorzy projektu zakładają, że główny jego cel będzie mógł być osiągnięty m.in. przez intensywne wykorzystanie platformy edukacyjnej oraz różnych programów komputerowych dostępnych uczniowi zarówno w szkole jak i w domu. Taka metodyka pracy pozwala uczniowi aktywnie pracować w różnych miejscach (szkoła, dom, inne pomieszczenie z dostępem do Internetu) nad zgłębianym zagadnieniem, z ciągłą możliwością komunikacji z nauczycielem, kolegami szkolnymi oraz innymi partnerami do dyskusji. Dobra platforma edukacyjna umożliwi jego użytkownikowi wykonywanie działań podejmowanych podczas uczenia się, w następujących obszarach:

- Asymilacja (selekcjonowanie i wybór informacji).
- Adaptacja (zmienianie środowiska zgodnie z zamierzeniami).
- Komunikowanie (wymiana poglądów).
- Twórczość (prezentacja wytworów).
- Doświadczenie (interaktywność skierowana na rozwiązywanie problemów).

(Siemens G., Tittenberg P., 2009, *Handbook of Technologies for learning*, University of Manitoba za: (red.) S. Dylak, 2011).

Tak więc dobrze opracowana platforma edukacyjna wraz z efektywnym wykorzystaniem jej możliwości przez nauczającego jak i uczącego się może wzbogacić i udoskonalić dotychczas stosowany sposób pracy nad zgłębianiem i studiowaniem zagadnień realizowanych na lekcjach matematyki oraz lekcjach z przedmiotów przyrodniczych.

---

<sup>3</sup>Zainteresowanych szczegółowym opracowaniem tych zagadnień odsyłam do informacji zawartych na stronie projektu <http://kolegiumsniadeckich.pl>

*Proces nauczania – uczenia się w kontekście realizacji metody nauczania wyprzedzającego*

...Opracowana przez nas strategia kształcenia wyprzedzającego, odwołując się do koncepcji Ausubela, teorii konstruktywizmu oraz wykorzystując dorobek nauk pedagogicznych, psychologicznych, społecznych, a także możliwości nowych technologii informacyjnych – jest próbą stworzenia zintegrowanej strategii nauczania – uczenia się. Strategii, która będzie naturalną konsekwencją sposobów uczenia się współczesnego ucznia, właściwą dla ery cyfrowej... (red. Dylak, 2011, s. 5).

Wspomniany w cytacie David Ausubel (1918–2008) to amerykański psycholog, będący pod silnymi wpływami teorii Piageta. Jest on, między innymi, autorem kontrowersyjnej strategii organizatora wyprzedzającego w procesie uczenia się – nauczania.

Zdaniem Ausubela, teorii wstępnej organizacji nie należy mylić z uwagami wprowadzającymi do lekcji lub też krótkimi przeglądami materiału, które są przygotowane na tym samym poziomie abstrakcji i uogólnienia co materiał lekcyjny. Organizery to abstrakcyjne idee prezentowane z wyprzedzeniem, przed lekcją (przez człowieka, narzędzie, materiał, program itp.). Reprezentują wyższy poziom abstrakcji i uogólnienia niż materiał lekcyjny. Mogą być użyte jako pomoc uczącemu się w asymilowaniu nowych informacji, w powiązaniu tego, co uczeń wie oraz tego, co ma poznać zanim przystąpi do studiowania nowego fragmentu tekstu właściwego. Organizery pomagają stworzyć pomost pomiędzy tym, co znane, a tym, czego się uczy. Organizery są w szczególności użyteczne kiedy uczący się nie posiada pojęć i technik niezbędnych dla zintegrowania nowej informacji z jego aktualnym systemem poznawczym (Stanley D. Ivie, 1998).

Model uczenia się zaproponowany przez Ausubela w teorii advanced organizers składa się z trzech etapów:

1. presentation of an advance organizer;
2. presentation of learning task or material;
3. strengthening the cognitive organization.

Na pierwszą fazę składają się:

- wyjaśnienie celów lekcji;
- prezentacja organizatora wyprzedzającego;
- uświadomienie wiedzy ważnej.

Druga faza to:

- prezentacja zadań lub materiału do nauczania się;

- organizacja i logiczne uporządkowanie materiału dydaktycznego.

I w końcu faza trzecia to:

- integracja oraz aktywna recepcja wiedzy (poprzez np. prośbę nauczyciela o podsumowanie materiału, wskazanie różnic, odniesienie się do nowych przykładów zaproponowanych przez organizatora);
- wywołanie krytycznego podejścia do tematu (formułowanie kontrprzykładów, wyciąganie wniosków z aktualnie wprowadzanego materiału dydaktycznego lub dotychczas zdobytej wiedzy) ([http://edutechwiki.unige.ch/en/Advance\\_Organizer](http://edutechwiki.unige.ch/en/Advance_Organizer)).

Zdaniem wielu naukowców zgłębiających teorię Ausbela, advanced organizers może pomóc w podniesieniu jakości procesu uczenia się. Organizacja wyprzedzająca szczególnie przydatna jest uczniom słabym, którzy potrzebują pomocy w ukształtowaniu ich procesu myślenia.

Nauczanie wyprzedzające rozumiane jest przez autorów projektu jako wprowadzenie uczniów w cykl uczenia się konstruktywistycznego, od poszukiwania odniesień we własnej wiedzy dotychczasowej (najczęściej potocznej, ale też semantycznej) oraz w źródłach zewnętrznych, poprzez przetwarzanie, do systematyzacji, w końcu przy pomocy nauczyciela budowanie uczniowskiego systemu kategoryjnego.

Spośród innych teorii nauczania, nauczanie wyprzedzające wyróżniają:

- Aktywne organizowanie wiadomości w procesie samodzielnego zbierania informacji i przekształcania ich w wiadomości.
- Budowanie przez ucznia osobistej wiedzy przedmiotowej podczas tworzenia komunikatów i wykonywania zadań, przed ostatecznym usystematyzowaniem zdobytej wiedzy z udziałem nauczyciela.
- Przystwojenie przez ucznia określonych wiadomości i operacji, a także osiągnięcie rozumienia nie po to, by je odwzorować przed nauczycielem jako osobą sprawdzającą ale aby je zakomunikować innemu podmiotowi i rozwiązać określony problem praktyczny czy zastosowanie w kontekście.

W tej strategii nauczania zmienia się rola nauczyciela – przestaje być on kierownikiem, a staje się tłumaczem, moderatorem, nie tyle naucza co wspomaga w uczeniu, nie tyle wyklada temat, co wyjaśnia, tłumaczy. Zmienia się też rola ucznia – z biernego odbiorcy staje się aktywnym twórcą – konstruktorem własnej wiedzy. W końcu zmienia się też lekcja – przestaje być to jednostka, na której uczeń zostaje zapoznany z nowymi treściami, na której jest nauczany. Celem lekcji staje się ugruntowanie wiadomości, rozwiązanie ewentualnych problemów. W dużym stopniu zmienia się też środowisko – z klasowo-lekcyjnego na internetowe (red. Dylak, 2011).

**Przykład – scenariusz lekcji dotyczącej kształtowania pojęcia funkcji**

Kształcenie zgodne ze strategią nauczania wyprzedzającego przebiega etapowo. Składają się na nie:

1. Aktywacja.
2. Przetwarzanie.
3. Systematyzacja.
4. Ewaluacja i ocena.

Schemat znajdujący się poniżej krótko charakteryzuje każdy z tych etapów, informuje o działaniach ucznia oraz nauczyciela w każdej z faz.

Aktywacja	Przetwarzanie	Systematyzacja	Ewaluacja i ocena
<ul style="list-style-type: none"> <li>- wykorzystanie posiadanej już przez uczniów wiedzy (wiadomości, przekonania, potoczne pojęcia, umiejętności);</li> <li>- nieformalna dyskusja uczniowska;</li> <li>- budowanie osobistych uzasadnień dla podejmowania decyzji poznawczych;</li> <li>- stawianie pytań z obszaru danego tematu.</li> </ul> <p>Nauczyciel pełni tu rolę wspierającą, mobilizuje do krytycznego i kreatywnego myślenia, inspiruje i mobilizuje. Obecny jest na tym etapie na tyle na ile przywołują go uczniowie elektronicznie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- filtrowanie i porządkowanie zebranego materiału;</li> <li>- prowokowanie takich aktywności jak analiza, synteza, uogólnianie, porównywanie, definiowanie, sprawdzanie, dowodzenie, wnioskowanie;</li> <li>- ważne działania – denotacja (co to jest) odczytywanie podstawowego znaczenia, konotacja (z czym to jest związane) przywołanie skojarzeń znaczeniowych ze znaczeniem podstawowym.</li> </ul> <p>Nauczyciel wymusza, prowokuje wymienione wyżej aktywności.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- systematyzowanie, uzupełnianie uwewnętrznionych już wiadomości-struktur;</li> <li>- porządkowanie wiadomości nabytych podczas etapu – przetwarzanie;</li> <li>- krytyczna analiza swoich odkryć;</li> <li>- prezentacja swoich notatek.</li> </ul> <p>Nauczyciel przed lekcją przeprowadza test. Komentuje, uzupełnia braki, odpowiada na pytania, pogłębia poznane teorie.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wykonanie zadania końcowego w postaci testu, sprawdzianu, problemu do rozwiązania podsumowującego pracę uczniów oraz pokazującego efekty samodzielnego uczenia się.</li> </ul> <p>Nauczyciel ocenia pracę.</p>

Tabela. 1. Etapy nauczania wyprzedzającego

Celem przybliżenia i uszczegółowienia przebiegu każdego z etapów nauczania wyprzedzającego poniżej przedstawione zostaną fragmenty scenariusza wy-

branej lekcji matematyki, w przebiegu której zaplanowano wykorzystanie nowych technologii takich jak platforma edukacyjna oraz darmowy program komputerowy *GeoGebra*.

### **Temat lekcji: Przekształcenia wykresów funkcji**

#### *Etap I – Aktywacja*

##### Komentarz

Na tym etapie pracy uczeń:

- pracuje w domu na platformie edukacyjnej nad zadaniem inspirującym go do uruchomienia procesu myślowego związanego z wprowadzeniem zagadnienia przekształceń funkcji;
- dokonuje własnych przemyśleń, stawia pierwsze wnioski, które próbuje uzasadnić w oparciu o własną intuicję, dotychczasową wiedzę i doświadczenia z tego tematu;
- pracuje samodzielnie lub z pomocą nauczyciela, o ile zostanie on przywołany na platformie; praca własna nad zadaniem powinna zająć około 20 minut;
- na podjęcie się pracy nad zadaniem otrzymuje czas nie dłuższy niż tydzień od momentu pojawienia się problemu na platformie;
- w szczególności przypomina pojęcia: układ współrzędnych, funkcja oraz wykres funkcji, a także podstawowe przekształcenia na płaszczyźnie;
- poprzez wykonanie prostego ćwiczenia podejmuje próbę nazwania oraz scharakteryzowania przekształceń wykresów funkcji.

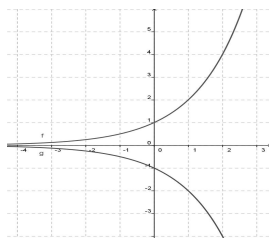
#### Zadanie 1

Przyjrzyj się rysunkom zamieszczonym poniżej (dokument z rysunkami otwiera się po uruchomieniu hiperłącza, poniżej zamieszczam rysunki w mniejszym formacie). Cztery z nich zawierają pary wykresów funkcji, pięć pozostałych to ilustracje dwóch „ludzików”<sup>4</sup> poruszających się po układzie współrzędnych.

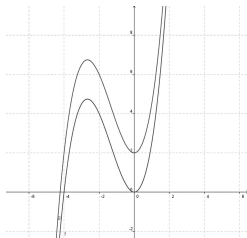
---

<sup>4</sup>Pomysł „wędrującego ludzika” został przeze mnie zaczerpnięty z książki Stefana Turnaua *Wykłady o nauczaniu matematyki*, PWN, Warszawa 1990 r.

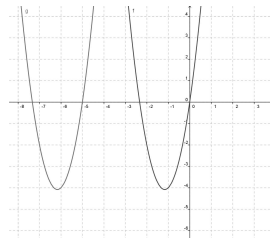




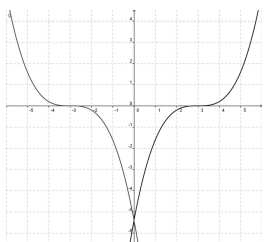
Rys. 1



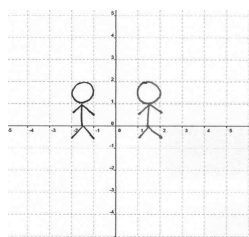
Rys. 2



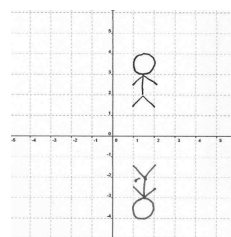
Rys. 3



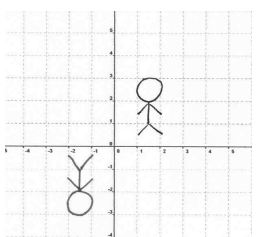
Rys. 4



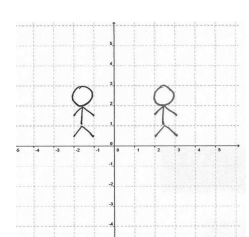
Rys. 5



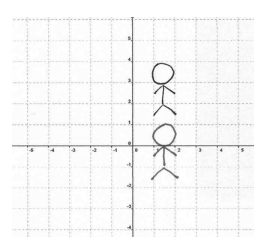
Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9

1. Połącz w pary odpowiednie rysunki tak, by parę stanowił rysunek z wykresami funkcji oraz rysunek z „ludzikami”.
2. Opisz co łączy dobrane przez Ciebie pary rysunków.
3. Czy każdy rysunek jest elementem pewnej pary? Uzasadnij swoją odpowiedź.
4. Czy potrafisz nazwać dostrzeżone przekształcenia?

### *Etap II – Przetwarzanie*

#### Komentarz

Na tym etapie pracy uczeń:

- buduje własną, funkcjonalną wiedzę w oparciu o materiały dydaktyczne przygotowane i umieszczone przez nauczyciela na platformie edukacyjnej;

- nie musi ograniczać się tylko do pracy nad zadaniami z platformy;
- kształtuje takie aktywności jak analiza, synteza, uogólnianie, porównywanie, sprawdzanie, dowodzenie, wnioskowanie, które prowokowane być powinny przez sformułowania zadań;
- może, a wręcz powinien współpracować z innymi uczniami oraz nauczycielem; na wykonanie zadań uczeń dostaje 4 dni, w ciągu których praca własna ucznia nad zadaniami powinna trwać około godziny zegarowej;
- w szczególności poznaje przekształcenia wykresów funkcji (przesunięcie wzdłuż osi  $x$ , przesunięcie wzdłuż osi  $y$ , symetria względem osi  $x$ , symetria względem osi  $y$ ), formułuje wzory opisujące te przekształcenia, stosuje poznaną wiedzę do rozwiązywania typowych, prostych zadań;
- wykonuje doświadczenia w oparciu o karty pracy przygotowane przy pomocy programu komputerowego GeoGebra, formułuje i zapisuje pytania i wnioski z przeprowadzonych doświadczeń, weryfikuje swoje spostrzeżenia w oparciu o literaturę;
- pisze na platformie test jednokrotnego wyboru sprawdzający wiadomości i umiejętności zdobyte przez niego na tym etapie pracy.

Ze względu na ograniczenia edytorskie poniżej zamieszczono tylko trzy zadania z etapu przetwarzania.

#### Zadanie 2

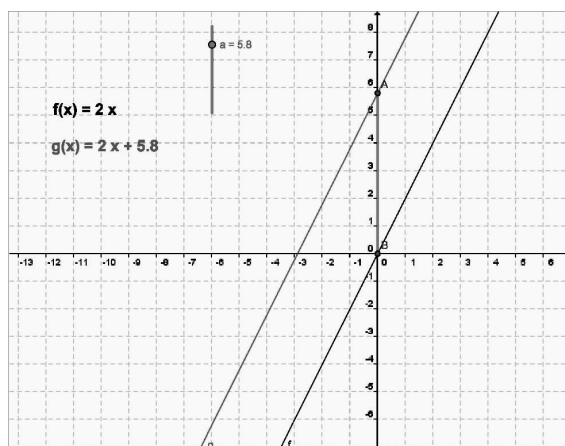
Przeprowadź dwa doświadczenia z wykorzystaniem „dynamicznych kart pracy”:

- a) Przekształcenia wykresów funkcji – przykład pierwszy,
  - b) Przekształcenia wykresów funkcji – przykład drugi,
- przygotowanych za pomocą programu komputerowego GeoGebra.

Aby uruchomić karty pracy, otwórz hiperłącza w wyżej wymienionych podpunktach a) oraz b). Na każdej karcie znajdują się po trzy zadania do wykonania. Zanotuj wszystkie odpowiedzi. (Poniżej zamieszczam skany kart pracy. W tej formie karty nie są dynamiczne.)

#### *Przekształcenia wykresów funkcji – przykład pierwszy*

Dane są w układzie współrzędnych wykresy dwóch funkcji:  $f$  oraz  $g$ . Oba wykresy opisane są wzorami. Wykres funkcji  $g$  powstaje przez pewne przekształcenie wykresu funkcji  $f$ . Za pomocą suwaka oznaczonego literą „a” możesz wpływać na położenie wykresu funkcji  $g$  w układzie współrzędnych. W celu uruchomienia suwaka przesuwaj kropkę po „czerwonym odcinku”.



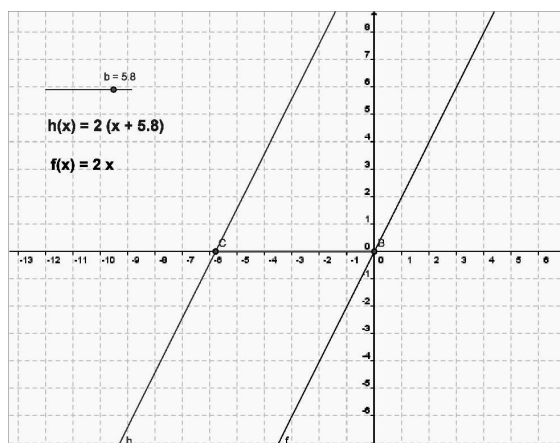
Rysunek utworzony w programie *GeoGebra* przez Edytę Juskowiak

Przeprowadź doświadczenie i odpowiedz na pytania:

1. jaką rolę liczba „a” odgrywa we wzorze funkcji  $g$ ;
2. jak liczba ta wpływa na położenie wykresu funkcji  $g$  w stosunku do wykresu funkcji  $f$ ;
3. jak nazywa się to przekształcenie?

*Przekształcenia wykresów funkcji – przykład drugi*

Dane są w układzie współrzędnych wykresy dwóch funkcji:  $f$  oraz  $h$ . Oba wykresy opisane są wzorami. Wykres funkcji  $h$  powstaje przez pewne przekształcenie wykresu funkcji  $f$ . Za pomocą suwaka oznaczonego literą „b” możesz wpływać na położenie wykresu funkcji  $h$  w układzie współrzędnych. W celu uruchomienia suwaka przesuwaj kropkę po „niebieskim odcinku”.



Rysunek utworzony w programie *GeoGebra* przez Edytę Juskowiak

Przeprowadź doświadczenie i odpowiedz na pytania:

1. jaką rolę liczba „b” odgrywa we wzorze funkcji  $h$ ;
2. jak liczba ta wpływa na położenie wykresu funkcji  $h$  w stosunku do wykresu funkcji  $f$ ;
3. jak nazywa się to przekształcenie?

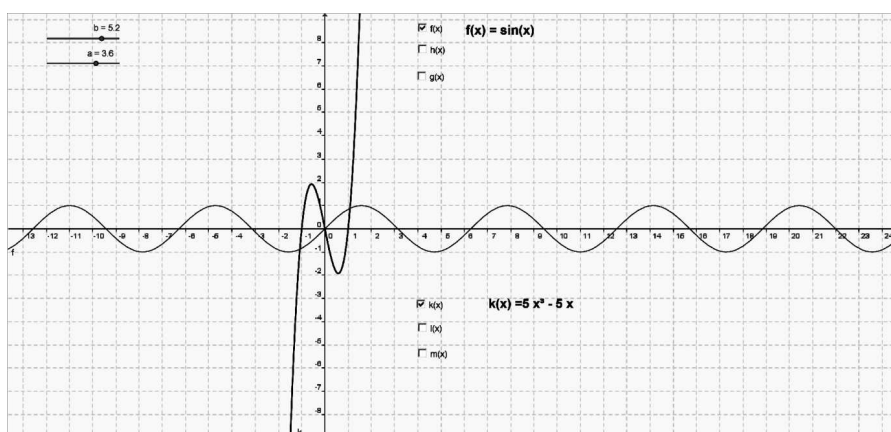
### Zadanie 3

Przeprowadź teraz obserwacje na innym przykładzie. Uruchom kartę pracy zatytułowaną *Przekształcenia wykresów funkcji – przykład trzeci*. Sprawdź, czy sformułowane przez Ciebie wnioski w zadaniu poprzednim są prawdziwe i czy potwierdzają się także dla innych wykresów funkcji. W przykładzie tym możesz przeprowadzić doświadczenie dla funkcji sinus oraz funkcji wielomianowej. Funkcje te poznasz na późniejszym etapie nauczania. (Poniżej zamieszczam skan karty pracy, w tej formie nie jest ona dynamiczna.)

#### *Przekształcenia wykresów funkcji – przykład trzeci*

Dane są w układzie współrzędnych wykresy dwóch funkcji:  $f$  oraz  $k$ . Wszystkie wykresy opisane są wzorami. Wykresy funkcji  $g$  oraz  $h$  powstają przez pewne przekształcenia wykresu funkcji  $f$ . Wykresy funkcji  $l$  oraz  $m$  powstają przez pewne przekształcenia wykresu funkcji  $k$ . Wykresy funkcji  $g$ ,  $h$ ,  $l$  oraz  $m$  są ukryte. Możesz je odkryć zaznaczając właściwe pole wyboru. Za pomocą suwaków oznaczonych literami „a” oraz „c” możesz wpływać na położenie wykresów funkcji odpowiednio  $g$  i  $m$  oraz  $h$  i  $l$  w układzie współrzędnych. W celu uruchomienia suwaków przesuвай kropkę po odcinkach.

Pola wyboru umożliwią Ci odpowiednio ukrycie lub pokazanie wybranego wykresu oraz jego wzoru.



Rysunek utworzony w programie *GeoGebra* przez Edytę Juskowiak

#### Zadanie 4

Podsumowując dotychczas wykonane zadania, spróbuj uzupełnić luki w zdaniach poniżej.

Przesuwając wykres funkcji  $f$  wzdłuż osi ... otrzymuję wykres funkcji  $g$ , gdzie  $g(x) = f(x + b)$ .

Przesuwając wykres funkcji  $f$  wzdłuż osi ... otrzymuję wykres funkcji  $h$ , przy czym  $h(x) = \dots\dots$

Swoje odpowiedzi porównaj z definicjami przesunięć wykresów funkcji zamieszczonymi w Twoim podręczniku do matematyki.

#### *Etap III – Systematyzacja*

##### Komentarz

Na tym etapie pracy:

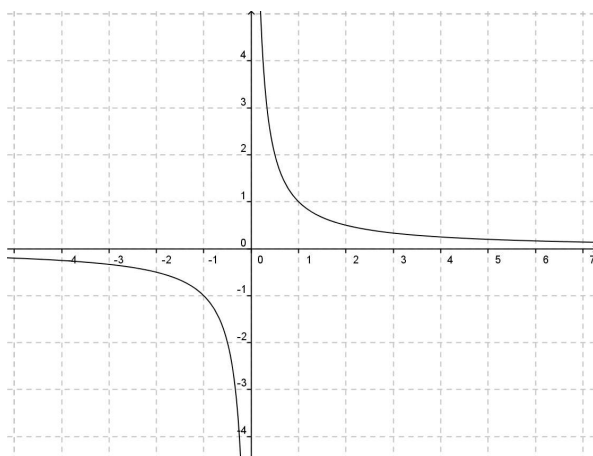
- uczniowie prezentują swoje materiały z port folio;
- uczniowie porządkują, systematyzują i uzupełniają wiedzę zdobytą na dwóch poprzednich fazach;
- systematyzacja ta odbywa się na lekcji w obecności nauczyciela oraz całej klasy;
- punktem wyjścia do pracy zespołowej w klasie są informacje uzyskane przez nauczyciela z testu podsumowującego etap przetwarzania;
- nauczyciel nie prowadzi lekcji zgodnie ze znanymi nam kanonami jej przebiegu, na pewno nie prowadzi wykładu, jest osobą wyjaśniającą wątpliwości, uzupełniającą luki, odpowiadającą na pytania ucznia, systematyzującą wiedzę zdobytą przez uczniów w fazie przetwarzania, w szczególności podsumowuje te etapy pracy własnej uczniów, które związane były ze sformulowaniem definicji przesunięcia wykresu funkcji oraz symetrii wykresu funkcji względem osi  $x$  oraz osi  $y$ , omawia test kończący etap przetwarzania;
- nauczyciel proponuje rozwiązanie zadań wykorzystujących wiedzę i umiejętności zdobyte przez uczniów w fazie przetwarzania, m.in. takich jak te poniżej.

#### Zadanie 1

Dany jest wykres funkcji określonej wzorem  $y = \frac{1}{x}$ .

Narysuj w tym samym układzie współrzędnych wykres funkcji

$$y = \left| \frac{1}{x+2} - 2 \right|.$$



### Zadanie 3

Opisz, które ze znanych ci własności funkcji zachowane są dla funkcji, której wykres otrzymamy w wyniku:

- Przesunięcia wzdłuż osi  $x$ ,
- Przesunięcia wzdłuż osi  $y$ ,
- Symetrii względem osi  $x$ ,
- Symetrii względem osi  $y$ .

### Zadanie 6

Narysuj w układzie współrzędnych wykres funkcji, którego położenie nie ulegnie zmianie po przekształceniu go w symetrii względem osi  $x$ .

### *Etap IV – Ewaluacja i ocenianie*

#### Komentarz

Na tym etapie pracy:

- nauczyciel dokonuje ewaluacji pracy każdego z uczniów, ewaluacja odbywa się na platformie edukacyjnej;
- jako formę podsumowania kilkudniowej pracy ucznia nad danym zagadnieniem nauczyciel proponuje problem do rozwiązania lub wykonanie testu końcowego.

### **Rola TI w kontekście metody nauczania wyprzedzającego**

Nauczanie wyprzedzające zakłada, że uczeń staje się aktywnym organizatorem swojego procesu nauczania, samodzielnie zbiera informacje i przekształca je w nową wiedzę. Doświadczenia te przebiegają z użyciem nowego środowiska

pracy jakim jest Internet, programy komputerowe, czy też inne narzędzia technologii informacyjnej. Czy środowisko to pozwala uczniowi pozyskać zakładane w tej strategii nauczania umiejętności i kompetencje? Czy rzeczywiście prowokuje ucznia do aktywnej pracy? do doświadczenia i tworzenia swojej nowej, własnej wiedzy? czy prowokuje i umożliwia kształtowanie aktywności takich jak wnioskowanie, dowodzenie, stawianie hipotez, czy uogólnianie?

Pierwszym z tych, który zauważył, że komputer, podobnie jak ołówek, może stać się narzędziem różnego rodzaju zastosowań był S. Papert, który zainspirowany kilkuletnią współpracą z J. Piagetem nad sposobem myślenia dzieci, rozpoczął wraz z pracownikami Laboratorium Sztucznej Inteligencji MIT projektowanie stworzenia środowiska uczenia się dzieci w świecie komputerów i informatyki. Było to pod koniec lat siedemdziesiątych XX wieku. S. Papert prowadził swoje badania przy użyciu prymitywnych komputerów, o słabej grafice i niskich możliwościach obliczeniowych. Mimo to zauważył, jak ogromny wpływ wywrzeć mogą komputery na sposób myślenia i uczenia się matematyki. Był jednym z tych, którzy jako pierwsi widzieli konieczność przeprowadzenia gruntownych zmian w sposobie edukacji, zwłaszcza w nauczaniu matematyki.

Z badań prowadzonych w Polsce i poza jej granicami z wykorzystaniem TI wynika, że takie narzędzia jak programy komputerowe oraz kalkulatory graficzne i naukowe powalają, przy dobrze zorganizowanej pracy ucznia, sprowokować oraz kształtować wiele aktywności matematycznych m.in. stawianie i weryfikowanie hipotez, formułowanie nowych problemów, wnioskowanie, dedukowanie, stosowanie języka symbolicznego itp. Narzędzia te mogą być z powodzeniem wykorzystywane do rozwiązywania problemów oraz prowadzenia doświadczeń na gruncie matematyki. W szczególności umożliwiają:

- odnalezienie pomysłu na rozwiązanie zadania-problemu;
- znalezienie przypadku szczególnego spełniającego warunki zadania;
- weryfikację poprawności przypuszczeń;
- przedłużenie zadania;
- wizualizację;
- skupienie uwagi na problemie;
- eksperymentowanie;
- Poprawne wykonanie wielu wykresów w krótkim czasie  
(E. Juskowiak; 2004; E. Juskowiak 2005; E. Juskowiak. 2010).

Wykorzystanie TI w nauczaniu matematyki pozwala uczniom zdolnym rozwinąć swoje skrzydła na niwie doświadczeń matematycznych (J. Duda;

E. Juskowiak 2010) natomiast uczniom słabym z lukami w wiedzy matematycznej daje w ogóle możliwość podjęcia samodzielnej pracy nad problemem matematycznym, co nie zawsze jest możliwe w warunkach naturalnych towarzyszących nauce w klasie metodą klasyczną. B. Kutzler zauważa możliwość budowania z pomocą kalkulatora (dotyczy to także programów komputerowych) tzw. „rusztowania” (*scaffolding*) nad niekompletnym piętrzem wiedzy. Kompensuje ono brak bardziej podstawowych wiadomości i pozwala na uniknięcie błędów. Kalkulator oraz programy komputerowe umożliwiają wprowadzenie do nauczania daleko idących ułatwień poprzez trywializację pewnych czynności, eksperymentowanie, wizualizację i koncentrację uwagi na problemie zadania.

Zdobywanie wiedzy w cyberprzestrzeni jest już powszechnym sposobem pracy nad zadaniem stosowanym zarówno przez ucznia, studenta jak i przez nauczyciela. Staje się ono często doskonałym doświadczeniem kształtowania samodzielności i odpowiedzialności za efekty pracy własnej. Dla wielu jest to rodzaj odkrywania, czy też gry. Taki sposób pracy obala hierarchię manifestowaną w klasie szkolnej tj. nauczyciel ma władzę, uczeń tylko odbiera informacje (Maurício Rosa & Stephen Lerman, 2011).

W nauczaniu wyprzedzającym TI odgrywa dużą rolę na poziomie aktywacji oraz podczas etapu przetwarzania, jest to czas w większości poświęcony na samodzielną organizację pracy z wykorzystaniem dotychczas zdobytej wiedzy oraz dostępnych na platformie narzędzi. To od ucznia zależy czy i jakie możliwości tych narzędzi wykorzysta. Czy pracować będzie sam, czy skorzysta z pomocy kolegów lub nauczyciela. W jaki sposób skorzysta z zasobów Internetu oraz możliwości programów komputerowych.

Odwołując się do fragmentów scenariusza lekcji zatytułowanej „Przekształcenia wykresów funkcji” widzimy, że na etapie *Aktywacji* narzędzia TI zostały wykorzystane do przygotowania materiałów dla ucznia, a także stanowią środowisko pracy ucznia. Samo umieszczenie zadania na platformie edukacyjnej a nie na tablicy, czy też w zeszycie, nie stanowi istotnej zmiany wpływającej na przebieg procesu myślenia ucznia. Natomiast fakt, że uczeń sam organizuje sobie pracę własną nad rozwiązaniem problemu, ma do dyspozycji zasoby internetowe, z których musi umieć właściwie skorzystać, krytycznie odnieść się do ich poprawności, ewentualnie zweryfikować swoje przypuszczenia, czy wątpliwości w rozmowie (za pomocą platformy) z nauczycielem, umiejętnie zadając mu pytania, stanowi podstawę do sprowokowania u ucznia aktywnej i świadomej postawy wobec zadanego mu problemu. Uczeń jest w pełni odpowiedzialny za efekty swojej pracy, którymi będzie musiał podzielić się, gdy już dojdzie do weryfikacji zdobytych wiadomości i umiejętności na gruncie klasowym tj. na etapie *Systematyzacji*.



Na etapie *Przetwarzania*, podobnie jak podczas *Aktywacji*, uczeń pracuje w środowisku wirtualnym. Nadal taka forma pracy podtrzymuje w nim konieczność kształtowania odpowiedzialności za aktywną i świadomą pracę własną. Możliwość komunikowania się z innymi uczestnikami tego procesu wymaga od ucznia korzystania z precyzyjnego i poprawnego języka matematyki, a także krytycznego odbioru docierających do niego informacji. Dodatkowo na tym etapie zaproponowano uczniowi wykorzystanie darmowego oraz przyjaznego w obsłudze programu komputerowego *GeoGebra* (<http://www.geogebra.org/cms>). Program ten umożliwia uczniowi przeprowadzenie doświadczeń matematycznych na miarę jego możliwości. Samodzielny dobór wartości badanego parametru, obserwacja wpływu jego wartości na położenie wykresu w układzie współrzędnych, a także postaci wzoru badanej funkcji, prowokuje aktywność badania, wnioskowania, stawiania hipotez oraz ich weryfikowania. Niestety doświadczenia badacza pokazują, że uczniowie jeszcze rzadko ujawniają potrzebę formalnego dowiedzenia postawionych hipotez, poprzestając jedynie na tzw. „dowodach komputerowych”. Zadaniem nauczyciela jest prowokowanie wyżej wymienionych zachowań lub uzupełnianie lekcji o dowody formalne. Możliwość wykonania wielu wykresów, czyli wielu doświadczeń, nie skupiając swojej uwagi na poprawnym rysowaniu tylko na wyciąganiu wniosków nie powoduje u ucznia zmęczenia pracą eksperymentalną. Ponadto uczeń ma możliwość zweryfikowania swoich przypuszczeń na innych, przez siebie zaproponowanych przykładach. Prowokacja tychże aktywności jest wywołana nie tylko wykorzystaniem narzędzia TI, ale także właściwym sformułowaniem pytań skierowanych do ucznia.

## Podsumowanie

W artykule zaprezentowana została strategia nauczania wyprzedzającego oraz przedyskutowana rola nowych technologii takich jak programy komputerowe oraz środowisko platformy edukacyjnej jako narzędzi umożliwiających realizację wybranych założeń tej innowacyjnej metody pracy na przedmiotach matematyczno-przyrodniczych. Wydaje się, że wdrożenie owej strategii pracy wraz z jej nowatorskimi założeniami może stymulować matematyczną aktywność i rozwijać matematyczne myślenie ucznia. Tak jak w przypadku każdej nowości w edukacji konieczne jest podjęcie badań i obserwacji, mających na celu sprawdzenie rzeczywistego wpływu tej metody na proces uczenia-nauczania matematyki oraz innych przedmiotów przyrodniczych, a także efekty kształcenia z wykorzystaniem tej metody. Być może już w niedługim czasie, tj. po zakończeniu realizacji projektu Kolegium Śniadeckich uda się odpowiedzieć na postawione powyżej pytania.

## Literatura

- [1] Daniel, K. J.: 2005, *Advance organizers: Activating and Building Schema for more Successful learning in students with disabilities*, Lynchburg College, <http://www.lynchburg.edu/Documents>
- [2] Duda J.: 2009, *Twórczość matematyczna uczniów uzdolnionych a kalkulator graficzny* (fragment badań), Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V, Didactica Mathematicae 32.
- [3] Dunham, P., Dick, T.: 1994, *Research on Graphing Calculators*, Mathematics Teacher, [www.tenet.edu/tcks/math/resources/graphcal.html](http://www.tenet.edu/tcks/math/resources/graphcal.html)
- [4] Dunham, P.: 2000, *Hand-held Calculators in Mathematics Education: A Research Perspective*, in: *Hand-Held Technology in Mathematics and Science Education: A Collection of Papers*, The Ohio State University.
- [5] Dylak, S. (red.): 2011, *Metodyka kształcenia strategią wyprzedzającą*, Poznań, <http://kolegiumsniadeckich.pl/press/publikacje/>
- [6] Herma, A.: 2004, *Wpływ kalkulatora graficznego na rozwijanie wybranych aktywności matematycznych* (fragment badań wstępnych), Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V, Dydaktyka Matematyki, 26.
- [7] Ivie, S. D.: 1998, *Ausubel's Learning Theory: An Approach To Teaching Higher Order Thinking Skills* (educational psychologist David Paul Ausubel), High School Journal 82.1, [http://imet.csus.edu/imet9/281/docs/ivie\\_1998.pdf](http://imet.csus.edu/imet9/281/docs/ivie_1998.pdf)
- [8] Juskowiak, E.: 2004, *Analiza pracy uczniów z kalkulatorem graficznym podczas rozwiązywania zadań* (fragment badań), Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V, Dydaktyka Matematyki, 26.
- [9] Juskowiak, E.: 2005, *Sposoby wykorzystywania kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki*, praca doktorska, UAM, Poznań.
- [10] Juskowiak, E.: 2010, *Graphic calculator as a tool for provoking students' creative mathematical activity, Motivation via Natural Differentiation in Mathematics* (red. Maj B.; Swoboda E.; Tatsis K.), Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.

- [11] Kąkol, H.: 1987, *Rozumowanie matematyczne a komputer*, Matematyka, 3.
- [12] Krygowska, Z.: 1977, *Zarys Dydaktyki Matematyki, części 1, 2, 3*, WSiP, Warszawa.
- [13] Krygowska, Z.: 1981, *Główne problemy i kierunki badań współczesnej dydaktyki matematyki*, Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V, Dydaktyka Matematyka, 1.
- [14] Krygowska, Z.: 1986, *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich*, Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Seria V, Dydaktyka Matematyka, 6.
- [15] Kutzler, B.: 2000, *The algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics*, in: *Hand-Held Technology in Mathematics and Science Education: A Collection of Papers*, The Ohio State University.
- [16] Leman S.; Rosa M.: 2011, *Researching online mathematics education: opening a space for virtual learner identities*, *Educ Stud Math*.
- [17] Marciniak Z.: 2010, *O nauczaniu matematyki w Polsce, Strategia nauczania matematyki w Polsce (wdrożenie nowej podstawy programowej)*, Instytut Problemów Współczesnej Cywilizacji im. Marka Dietricha, Warszawa.
- [18] Turnau, S.: 1990, *Wykłady o nauczaniu matematyki*, PWN, Warszawa.
- [19] Waits B.: 2000, *Rola kalkulatorów w nauczaniu matematyki*, *Magazyn Matematyków i Przyrodników „Edukacja z TI”*, 1.
- Internet
- [20] [http://edutechwiki.unige.ch/en/Advance\\_Organizer](http://edutechwiki.unige.ch/en/Advance_Organizer)
- [21] <http://ict3year.wikispaces.com/Advanced+Organizer+>
- [22] <http://kolegiumsniadeckich.pl>
- [23] <http://www.tvp.pl/publicystyka/polityka/tomasz-lis-nazywo/wideo/07052012/7076062>

*Autorka pracuje w Zakładzie Dydaktyki Matematyki  
w Uniwersytecie im. A. Mickiewicza w Poznaniu  
edyta@amu.edu.pl*

**Information technologies in the context  
of an innovative „concept of pre-teaching” –  
Kolegium Śniadeckich Project**

**Summary**

The article will be presented the project of implementation innovative teaching methods at the level of pre-secondary education, entitled Kolegium Śniadeckich. Pre-teaching method was developed by a team of pedeutolog prof. Stanisław Dylaka based on the David Ausbel concept of „advaced organizers”, using the constructivist theory of teaching achievements pedagogical, psychological and social, as well as the possibility of new information technologies. In particular, the application will show the role of these technologies