

Prace monograficzne z dydaktyki matematyki  
WSPÓŁCZESNE PROBLEMY NAUCZANIA MATEMATYKI

Bożena Pawlik (Kraków)

## Kierunki badań dydaktyków matematyki pracujących w Instytucie Matematyki UP w Krakowie

50 lat Zakładu Dydaktyki Matematyki WSP<sup>1</sup> w Krakowie  
(1958–2008)

Z okazji, przypadającej w 2008 roku, pięćdziesiątej rocznicy powstania Katedry Metodyki Nauczania Matematyki na Wydziale Matematyczno-Fizycznym WSP w Krakowie, powstała w Internecie – pod kierunkiem prof. dr hab. Heleny Siwek (układ i aspekt merytoryczny) oraz dra Tadeusza Ratusińskiego (opracowanie strony internetowej), przy udziale wszystkich dydaktyków matematyki pracujących w Instytucie Matematyki UP w Krakowie – strona [www.kdm.ap.krakow.pl/50ZDM/index.htm](http://www.kdm.ap.krakow.pl/50ZDM/index.htm). Na stronie tej omówiono następujące zagadnienia.

- Zakład Dydaktyki Matematyki – chronologia wydarzeń, 1958 – 2008.
- Prof. dr Anna Zofia Krygowska – twórca nowoczesnej dydaktyki matematyki.
- Ważniejsze kierunki działalności i osiągnięcia dydaktyków matematyki WSP w Krakowie.
- Samodzielni pracownicy Instytutu Matematyki WSP (UP) w Krakowie ze stopniem doktora habilitowanego lub tytułem profesora w zakresie dydaktyki matematyki.
- Pracownicy Instytutu Matematyki WSP (UP) w Krakowie ze stopniem doktora nauk matematycznych z zakresie ich dydaktyki.

W poniższym opracowaniu omówiono kierunki badań dydaktyków matematyki zatrudnionych w okresie 50-lecia w Instytucie Matematyki.

W pierwszej części artykułu przedstawiono chronologię wydarzeń dotyczących Zakładu Dydaktyki Matematyki w latach 1958 – 2008. Następny fragment

---

<sup>1</sup>Kolejne zmiany nazwy uczelni: Akademia Pedagogiczna (AP), Uniwersytet Pedagogiczny (UP).

dotyczy najważniejszych osiągnięć naukowych prof. dr Anny Zofii Krygowskiej w tworzeniu nowoczesnej dydaktyki matematyki. W kolejnej części skoncentrowano się na kierunkach działalności i osiągnięciach dydaktyków matematyki WSP w Krakowie w zakresie: problematyki badań, konferencji naukowych oraz publikacji zwartych. W ostatniej części – na podstawie prac siedmiu pracowników samodzielnych oraz dziewiętnastu pracowników Instytutu Matematyki WSP w Krakowie ze stopniem doktora nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki – zilustrowane zostały przykładowe problemy badawcze podjęte i opracowane przez te grupy osób.

### **Ważne fakty z chronologii wydarzeń Zakładu Dydaktyki Matematyki**

- Powstała w 1958 roku Katedra Metodyki Nauczania Matematyki (od 1972 Zakład Dydaktyki Matematyki) była pierwszym tego typu ośrodkiem w Polsce. Kolejni kierownicy ZDM to:  
prof. dr A. Z. Krygowska (1972 – 1974);  
dr hab. S. Turnau (1974 – 1982 i 1984 – 1995);  
dr hab. B. Nowecki (1982 – 1984);  
dr M. Ciosek (1995 – 2003);  
prof. dr hab. H. Siwek (od 2003).
- W roku 1963 rozpoczęło działalność Ogólnopolskie seminarium z dydaktyki matematyki prowadzone przez prof. dr A. Z. Krygowską (kontynuacja – dr hab. S. Turnau, dr hab. B. Nowecki, dr hab. M. Klakła).
- Uprawnienia do nadawania stopnia doktora nauk matematycznych, także w zakresie dydaktyki matematyki, Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny WSP uzyskał w roku 1970, a rok później uprawnienia do prowadzenia studiów doktoranckich z dydaktyki matematyki. W latach 1968 – 2008 łącznie na Wydziale Matematyczno-Fizyczno-Technicznym WSP (UP) zakończono 92 przewody doktorskie – 62 osoby uzyskały doktorat z dydaktyki matematyki (5 poza WSP), 30 osób doktorat z matematyki (i z historii matematyki).
- Inne zakłady dydaktyczne (prócz Zakładu Dydaktyki Matematyki) w Instytucie Matematyki UP (WSP) w Krakowie ukierunkowane na węższe problemy badawcze:  
1994 – Zakład Matematycznego Kształcenia Nauczycieli – kierownicy:  
dr hab. B. Nowecki (1994 – 2005); od 2005 dr A. Żeromska;  
1994 – 2003 – Zakład Czynnościowego Nauczania Matematyki – kierownik prof. dr hab. H. Siwek;

1994 – 2005 – Zakład Stochastyki z jej Dydaktyką – kierownik prof. dr hab. A. Płocki;

1994 – 2005 – Pracownia Technologii Informacyjnej – kierownik dr hab. H. Kąkol;

2005 – Zakład Zastosowań Matematyki – kierownik dr hab. inż. E. Wachnicki.

### Główne zasługi i osiągnięcia prof. dr Anny Zofii Krygowskiej dla rozwoju naukowego dydaktyki matematyki

Twórcą nowoczesnej dydaktyki matematyki; dydaktyki matematyki jako dyscypliny naukowej jest **prof. dr Anna Zofia Krygowska**. Oto jej osiągnięcia w krótkiej, hasłowej formie.

A. Z. Krygowska – profesor zwyczajny (1974), doktor honoris causa Akademii Pedagogicznej w Krakowie (1977), honorowy prezydent CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*) (1975), honorowy członek *Polskiego Towarzystwa Matematycznego* (1977), patron Ogólnopolskiego Konkursu na najlepszą pracę studencką z dziedziny dydaktyki matematyki organizowanego przez PTM, *twórca Krakowskiej Szkoły Dydaktyki Matematyki* – pracowała ponad 20 lat jako nauczycielka matematyki w krakowskich szkołach (1927 – 1950). W czasie II wojny była łączniczką *Delegatury Komisji Oświecenia Publicznego* (1940 – 1945) i prowadziła tajne nauczanie. W latach (1948 – 1951) była kierownikiem *Ośrodka Metodycznego Matematyki* w Krakowie. Pracę w Wyższej Szkole Pedagogicznej rozpoczęła w roku 1949 (do 1988). Okresowo prowadziła także wykłady w Uniwersytecie Jagiellońskim. Pracowała ponadto w uczelniach zagranicznych – VII Uniwersytecie w Paryżu *visiting professor* (1965, 1970) oraz Uniwersytecie w Montrealu (1965).

W latach 1963 – 1988 prof. A. Z. Krygowska była opiekunem naukowym ogólnopolskiego seminarium z dydaktyki matematyki. Wypromowała 22 doktorów nauk matematycznych w zakresie dydaktyki matematyki. Była też opiekunem naukowym 5 habilitacji, inicjatorem powstania czasopisma *Dydaktyka Matematyki* – Rocznika Polskiego Towarzystwa Matematycznego i jego redaktorem naczelnym (1982 – 1988).

Prof. A. Z. Krygowska to także:

- autorka (współautorka) ponad 250 publikacji, w tym książek:

*Nauczanie geometrii w klasach licealnych szkoły ogólnokształcącej* (z S. Kulczyckim i S. Straszewiczem), 1954, 1957;

*Elementy logiki matematycznej* (z S. Gołębem i J. Leśniakiem), 1955, 1958, 1966; *Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie*, 1958;

*Geometria. Podstawowe własności płaszczyzny cz. I i II*, 1965, 1967;

*Zarys dydaktyki matematyki cz.1., 2., 3.*, 1969, 1977, 1980;

*Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960 – 1980*, Kraków 1984;

- inicjator reformy nauczania w Polsce w drugiej połowie XX wieku:  
autor oryginalnych podręczników geometrii dedukcyjnej z wykorzystaniem przekształceń, dla szkół średnich (1967 – 1987);  
twórca konstruktywistycznej koncepcji czynnościowego nauczania matematyki;  
twórca koncepcji kształcenia matematycznego studentów i nauczycieli matematyki;  
członek *Prezydium Rady Głównej Szkolnictwa Wyższego* (1963 – 1972), *Komitetu Matematyki PAN*, *Rady Naukowej Międzyuczelnianego Zakładu Badań nad Szkolnictwem Wyższym* (1971 – 1973);  
kierownik projektów *Matematyka w szkole* (1964 – 1969) i *Matematyka w nauczaniu dzieci* (1975 – 1978);
- ekspert międzynarodowych komisji:  
członek CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*) od 1958, prezydent (1970 – 1974), honorowy prezydent (od 1975); organizator konferencji CIEAEM w Krakowie (1960, 1971); uczestnik Kongresów Matematyków (ICMI): wykłady, Moskwa (1966), Nicea (1970) plenarny, Warszawa (1983); Kongresów ICME: Lyon (1969), Exeter (1972), Karlsruhe (1976);  
redaktor tomu *Tendances Nouvelles de l'Enseignement des Mathématiques* (UNESCO), 1965;
- członek komitetów redakcyjnych czasopism:  
*Matematyka* (1950 – 1988);  
*Wiadomości Matematyczne* (1962 – 1988);  
*Educational Studies in Mathematics* (1968 – 1978);  
*Nico* (1969 – 1975);  
*Oświata i Wychowanie* (1975 – 1978);  
*Recherches en Didactique des Mathématiques* (1980 – 1988).

### Ważniejsze kierunki działalności i osiągnięcia dydaktyków matematyki WSP

Badania prowadzone przez uczniów prof. A. Z. Krygowskiej i kolejne pokolenia dydaktyków matematyki związanych z Instytutem Matematyki WSP w Krakowie dotyczą przede wszystkim:

- **procesu nauczania – uczenia się matematyki**, w tym:
  - kształtowania pojęć i rozumowań matematycznych u dzieci i młodzieży;
  - możliwości i poziomów rozwoju myślenia matematycznego;
  - wprowadzania uczniów w metodę matematyczną i aktywności specyficzne dla matematyki;
  - rozpoznawania i rozwijania matematycznych uzdolnień oraz twórczej aktywności matematycznej;
  - typów rozumowań towarzyszących dowodzeniu twierdzeń czy rozwiązywaniu zadań;
  - strategii rozwiązywania matematycznych zadań problemowych; koncepcji matematycznego kształcenia na różnych etapach edukacji;
- **konstrukcji i realizacji projektów dydaktycznych z matematyki** dla różnych poziomów kształcenia i dla różnych typów szkół, w szczególności:
  - modernizacji treści, układu materiału, programów nauczania matematyki dla różnych etapów edukacji;
  - metod i środków dydaktycznych (w tym komputerów i kalkulatorów) sprzyjających usprawnieniu i efektywności wyników kształcenia;
  - koncepcji dydaktycznych realizacji różnych działów matematyki, np. geometrii, algebry, rachunku prawdopodobieństwa;
  - nowoczesnych podręczników ukierunkowanych na aktywizację uczniów dla szkół powszechnych, a także specjalnych (dla uczniów z lekkim upośledzeniem umysłowym i dla uczniów niesłyszących).

Wśród konferencji i sesji naukowych z dydaktyki matematyki organizowanych albo współorganizowanych przez dydaktyków matematyki WSP (UP) na uwagę zasługują:

- coroczne konferencje CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de L'Enseignement des Mathématiques* – Międzynarodowa Komisja do Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki); konferencje w Polsce: CIEAEM 12 (1960, Kraków), CIEAEM 23 (1971, Kraków), CIEAEM 42 (1990, Szczyrk), CIEAEM 55 (2003, Płock);

- cykl sesji naukowych z udziałem gości zagranicznych, poświęconych prezentacji kluczowych koncepcji teoretycznych i wyników badań z dydaktyki matematyki, z okazji jubileuszy i rocznic prof. A.Z. Krygowskiej: Jubileusz 50-lecia Pracy (1976), Jubileusz 80-lecia Urodzin (1984), Sesja Naukowo-Wspomnieniowa w dziesiątą rocznicę śmierci (1998), Sesja Jubileuszowa z okazji setnej rocznicy urodzin (2004);
- *Szkoły Dydaktyków Matematyki* (I – 1981, XXII – 2008; od 2003 – zmiana nazwy: *Szkoła Dydaktyki Matematyki*); konferencje krajowe organizowane w różnych miejscowościach: Sielcia (9), Szczyrk (2), Kraków (4), Łódź (1), Poznań (1), Białystok (1), Wrocław (1), Bielsko-Biała (2), Poronin (1);
- *Polsko-Czesko-Słowackie Szkoły Matematyczne*; konferencje w Polsce: *9th Polish-Czech-Slovak Mathematical School* (2002, Osieczany), *13th Polish-Czech-Slovak Mathematical School* (2006, Dobczyce).

Dorobek publikacyjny dydaktyków matematyki z WSP (UP) w Krakowie jest bardzo bogaty. Łącznie opublikowali ponad 2200 książek, artykułów naukowych i metodycznych, programów nauczania, podręczników szkolnych do matematyki i przewodników dla nauczycieli. Warto tu zwrócić uwagę na:

Książki i materiały do studiowania logiki matematycznej, geometrii, algebry liniowej z geometrią analityczną, wstępu do matematyki, arytmetyki i algebry;

Książki prezentujące zagadnienia teoretyczne z dydaktyki matematyki;

Prace monograficzne z badań dydaktycznych;

Roczniki Naukowo-Dydaktyczne, *Annales Academiae Paedagogicae Cracoviensis*, *Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia*;

Materiały uzupełniające do studiowania dydaktyki matematyki;

Wykłady telewizyjne dla nauczycieli matematyki;

Rachunek prawdopodobieństwa dla nauczycieli;

Nauczanie początkowe matematyki;

Możliwości matematyczne uczniów szkoły specjalnej;

*Dydaktykę Matematyki*, Roczniki PTM, seria V.

### **Problemy badawcze podjęte i opracowane przez dydaktyków matematyki WSP**

Zakres badań prowadzonych przez dydaktyków matematyki jest bardzo szeroki. Na początku dalszej części opracowania zostały omówione zainteresowania badawcze pracowników samodzielnych.

- Problematyka badawcza pracowników z tytułem profesora.

**Adam Płocki** stworzył koncepcje stochastycznego kształcenia nauczyciela matematyki oraz stochastycznego kształcenia matematycznego i ogólnego uczniów na różnych poziomach nauczania matematyki, przedstawione w licznych publikacjach.

Badania i publikacje **Heleny Siwek** są zróżnicowane treściowo i metodologicznie. Dotyczą następujących zagadnień: elementy logiki matematycznej w nauczaniu matematyki, edukacja matematyczna dzieci w klasach początkowych, możliwości matematyczne uczniów umysłowo upośledzonych w stopniu lekkim, koncepcja czynnościowego nauczania matematyki, dydaktyka matematyki na studiach nauczycielskich oraz matematyka w kształceniu zintegrowanym.

- Problematyka badawcza pracowników ze stopniem doktora habilitowanego.

**Henryk Kąkol** swoje zainteresowania badawcze związał ze statystyką opisową i rachunkiem prawdopodobieństwa w szkole, a także nowoczesnymi technologiami w procesie nauczania i uczenia się matematyki na różnych poziomach kształcenia.

**Maciej Klakla** prowadzi badania nad: rozpoznawaniem i rozwijaniem uzdolnień matematycznych uczniów, rozwijaniem u uczących się matematyki uczniów i studentów aktywności matematycznych o charakterze twórczym i rolą problemów i aktywizujących metod nauczania w tym procesie, trudnościami studentów i uczniów w rozumieniu pojęć matematycznych, modernizacją nauczania matematyki na różnych poziomach, kształceniem nauczycieli matematyki.

Problematyka badawcza **Bogdana Noweckiego** obejmuje: zagadnienia rozumienia przez uczniów i absolwentów szkół średnich podstawowych problemów metodologicznych matematyki; rozumienie pojęć matematycznych na różnych poziomach matematycznego kształcenia; kształcenie i doksztalcanie nauczycieli matematyki; koncepcję czynnościowego nauczania matematyki oraz dydaktykę matematyki na studiach nauczycielskich.

**Gustaw Treliński** swoje zainteresowania badawcze skoncentrował wokół koncepcji mechanizmów oraz uwarunkowań posługiwania się matematyką na różnych poziomach nauczania (szkoły podstawowe, średnie, studia matematyczne i ekonomiczne), dydaktyki stosowania matematyki, matematyki w kształceniu zintegrowanym oraz kształcenia nauczycieli matematyki.

**Stefan Turnau** w swojej pracy badawczej zajął się: problemami nauczania matematyki na wszystkich poziomach kształcenia (modernizacją treści, poszukiwaniem środków nauczania matematycznej metody, rozwijaniem matematycznych aktywności uczniów i studentów), a także badaniami dydaktycznymi w Polsce i na świecie oraz kształceniem nauczycieli matematyki.

Pracownikami Instytutu Matematyki UP w Krakowie ze stopniem doktora nauk matematycznych w zakresie ich dydaktyki są: Marianna Ciosek, Małgorzata Ćwik, Ireneusz Krech (praca doktorska z matematyki), Maria Legutko, Adam Łomnicki, Joanna Major, Maciej Major, Barbara Nawolska (Instytut Pedagogiki Przedszkolnej i Szkolnej), Bożena Pawlik, Halina Pieprzyk, Tadeusz Ratusiński, Bożena Rożek, Mirosława Sajka, Kazimiera Skałuba, Maria Sznajder, Aleksandra Urbańska, Elżbieta Urbańska, Lidia Zaręba, Anna Żeromska.

Wśród zagadnień badanych przez wymienionych doktorów znaleźć można: proces rozwiązywania zadań, nauczanie matematyki na różnych poziomach edukacji, rozwijanie matematycznych aktywności w nauczaniu, proces uogólniania, trudności w uczeniu się matematyki, błędy w rozumowaniach matematycznych, postawy uczących się wobec zadań matematycznych, proces kształcenia algebraicznego, gry dydaktyczne, kontrolę i ocenę w procesie nauczania matematyki, problem aktywizacji matematycznej uczących się matematyki, antropomatematyczne aspekty nauczania – uczenia się matematyki, nauczycielską wiedzę przedmiotową. Inne to: indywidualizacja w procesie nauczania matematyki, matematyka dla niesłyszących, kształcenie matematyczne przyszłych nauczycieli matematyki, matematyczne kształcenie studentów kierunków niematematycznych i dorosłych. Nie sposób też pominąć badań: dotyczących kształtowania, rozwoju i rozumienia pojęć matematycznych; związanych z rozwijaniem aktywności matematycznej uczniów o różnym poziomie sprawności intelektualnej czy też badań będących konsekwencją pojawienia się nowoczesnych technologii informacyjnych.

W dzisiejszych – trudnych dla dydaktyki matematyki – czasach każda refleksja nad przeszłością skłania do postawienia pytania – **Co dalej z dydaktyką matematyki?**

*Autorka pracuje w Uniwersytecie Pedagogicznym  
w Krakowie*